

# ANÁLISIS NUMÉRICO I — Examen Final

9 de Febrero de 2022

Nombre	Carrera	Condición

## PARTE PRÁCTICA

- Demuestre que al usar el método de Newton, para aproximar  $1/S$ , dado  $S > 0$  se obtiene la fórmula iterativa  $x_{k+1} = x_k(2 - Sx_k)$ . Realizar 3 iteraciones del método de Newton si  $x_0 = 0,05$  para aproximar  $1/17$ .
- Encontrar un ajuste por cuadrados mínimos de la forma  $y = ax^3$  para los siguientes datos:

$x$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$y$	$-2$	$-1$	$4$	$7$

- Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando la respuesta. Se pondrá énfasis en la forma de resolución de los ejercicios.
  - Una función spline cúbico en el intervalo  $[0, 2]$  es una función con infinitas derivadas en todo punto del intervalo.
  - Si  $f(x) = x^{10} + \pi x^2 - 1$ , entonces  $f[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10] = \pi$ .
  - Asumamos que  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  interpola la función  $f(x) = \cos(\pi x/2)$  en los puntos  $x = 0, 1, 2$ . Entonces  $a_3 = 1$ .
- Se desea desarrollar un método de cuadratura para integrales, de la forma

$$\int_0^{2h} f(x)dx \approx h(c_1f(h) + c_2f(2h))$$

que sea exacta para todas las funciones de la forma

$$f(x) = ax^{-\frac{1}{2}} + bx^{\frac{1}{2}}$$

donde  $a$  y  $b$  son números reales arbitrarios. ¿Cómo deberían elegirse  $c_1$  y  $c_2$ ?

**PARTE TEÓRICA** En los tres ejercicios a continuación deberá escoger una respuesta y justificar adecuadamente su elección.

- Describir en qué consiste el sistema de representación de punto flotante.
- Enunciar y demostrar correctamente el resultado de existencia y unicidad de un punto fijo.
- Enunciar con precisión el teorema del error en el polinomio interpolante.

## EJERCICIO PARA ALUMNOS LIBRES

- Considerar la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

- Deducir la iteración de Jacobi para resolver el sistema lineal  $Ax = b$  para algún vector  $b \in \mathbb{R}^3$ .
- ¿Es esta iteración convergente? Justificar la respuesta.